



## Matemática e suas Tecnologias

**Olá, estudante!**

Este é o primeiro fascículo do Projeto ENEM a abordar a área de Matemática. Com isso, identificaremos os conteúdos que mais costumam cair e perceber que, em sua maioria, são assuntos vistos, inicialmente, no Ensino Fundamental e que se relacionam em muito com situações do cotidiano.

As grandes áreas da Matemática são as que têm mais destaque e podem ser elencadas como as mais recorrentes. Geometria aparece em quase um quarto de todas as questões do Exame de 2009 até hoje, com 22,5%; tal número engloba todas as especificações da Geometria, como plana, espacial e analítica. Em seguida, escalas, razões e proporções têm mais recorrência, aparecendo em 14,2% das questões.

No próximo fascículo, daremos início à área de Ciências da Natureza.

**Bons estudos!**

**Questão 1**

A imagem representa o projeto de uma luminária de teto, em que a moldura ao redor da lâmpada possui o formato de um tetraedro regular. A luminária foi projetada de modo que a parte final da lâmpada tangencie o plano inferior na base da pirâmide.

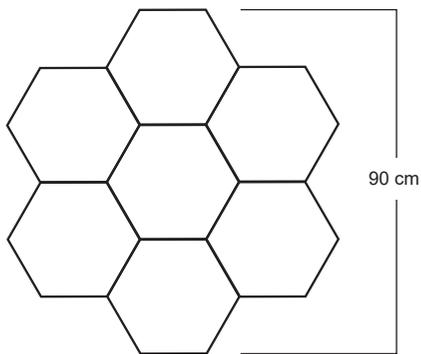


A medida, em centímetro, da aresta do tetraedro que dá forma à moldura da luminária é

- a)  $6\sqrt{3}$ .
- b)  $8\sqrt{3}$ .
- c)  $12\sqrt{3}$ .
- d)  $6\sqrt{6}$ .
- e)  $12\sqrt{6}$ .

**Questão 2**

Uma arquiteta projetou um espelho com 90 cm de altura e composto por hexágonos regulares idênticos perfeitamente justapostos, conforme a imagem.



A superfície desse espelho tem área, em centímetro quadrado, equivalente a

- a)  $450\sqrt{3}$ .
- b)  $900\sqrt{3}$ .
- c)  $1350\sqrt{3}$ .
- d)  $3\,150\sqrt{3}$ .
- e)  $9\,450\sqrt{3}$ .

**Questão 3**

Henk Hesseling e seus colegas do Laboratório Nacional do Aeroespacia (NAL), na Holanda, estão trabalhando em um projeto chamado "Pista sem fim", que propõe a substituição das longas pistas retilíneas de concreto por uma única pista circular. Para a gestão do tráfego em um aeroporto, as pistas circulares teriam de ser de grandes dimensões. O NAL sugeriu um diâmetro mínimo de 3 km.

KLOTZEL, Ernesto. Aeroportos com pistas circulares. AERO Magazine, 24 abr. 2017. Disponível em: <<http://aeromagazine.uol.com.br>>. Acesso em: 14 nov. 2017. (adaptado)

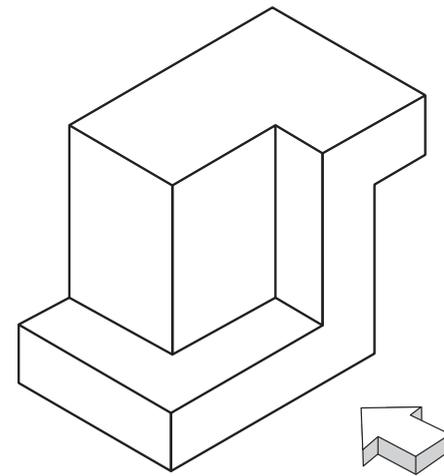
Considere 3 como aproximação para  $\pi$ .

Seguindo a recomendação do NAL, uma pista construída nesse projeto deve ter um comprimento mínimo de

- a) 4,5 km.
- b) 6,75 km.
- c) 9 km.
- d) 18 km.
- e) 27 km.

**Questão 4**

Um desenho técnico deve conter vistas que demonstrem todos os detalhes necessários à execução de um projeto. As vistas adotadas no Brasil são as mesmas utilizadas na Europa: vista frontal, superior, lateral esquerda e lateral direita.

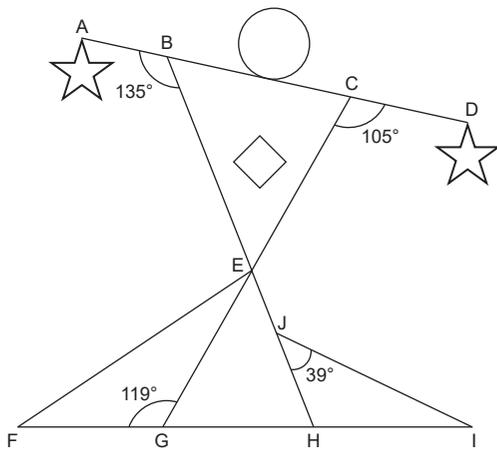


Que imagem melhor representa a vista indicada pela seta no desenho mostrado?

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Questão 5

Uma escultura é constituída de formas geométricas. A imagem representa a vista frontal plana da escultura, em que estão indicados alguns ângulos.



A medida do ângulo  $\widehat{IHJ}$  é

- a)  $102^\circ$ .
- b)  $105^\circ$ .
- c)  $119^\circ$ .
- d)  $121^\circ$ .
- e)  $135^\circ$ .

Questão 6

Um objeto de metal com  $576 \text{ cm}^3$  de volume é imerso em um recipiente cúbico que contém certa quantidade de água. Após a imersão do objeto, o nível da água se elevou em 4 cm, alcançando a borda superior do recipiente, sem escoamento do líquido.

O volume de água, em centímetro cúbico, inicialmente presente no recipiente é igual a

- a) 512.
- b) 864.
- c) 1088.
- d) 1152.
- e) 1728.

Questão 7

Um dos netos de dona Maria perguntou-lhe qual era a sua data de aniversário. Ela, muito enigmática, respondeu com algumas dicas:

- O número que representa o dia é um múltiplo de 3 cujo algarismo das unidades é um número primo.
- O número que corresponde ao mês é um múltiplo de 5.
- A soma dos números que representam o dia e o mês é um número primo maior que 30.

De acordo com as dicas, a data de aniversário de dona Maria é

- a) 12 de maio.
- b) 27 de maio.
- c) 15 de outubro.
- d) 21 de outubro.
- e) 27 de outubro.

Questão 8

Uma gráfica utiliza a tabela a seguir para determinar os preços de suas cópias.

Número de cópias	Valor por cópia
Menos de 100	R\$ 0,08
De 100 a 199	R\$ 0,07
200 ou mais	R\$ 0,05

O dono de um restaurante resolveu fazer cópias de um panfleto promocional e, sem ter conhecimento da tabela de preços da gráfica, fez quatro pedidos separados: um de 50 cópias, um de 80, um de 140 e outro de 250 cópias.

Se tivesse feito um único pedido com o total de cópias, o dono do restaurante teria economizado

- a) R\$ 5,40.
- b) R\$ 6,70.
- c) R\$ 8,10.
- d) R\$ 10,40.
- e) R\$ 15,60.

Questão 9

Júlio trabalha com ações na bolsa de valores. Em um novo investimento, o valor de suas ações caiu 15% na primeira semana e mais 10% na segunda semana. Já na terceira semana, o valor aumentou 30%. Sabe-se que as variações são cumulativas para os investimentos no mercado de ações.

Ao fim dessas três semanas, o valor inicial das ações de Júlio

- a) cresceu 5,0%.
- b) cresceu 0,55%.
- c) decresceu 5,5%.
- d) decresceu 0,55%.
- e) decresceu 0,45%.

Questão 10

Para trocar de carro, Luís financiou parte do pagamento. Em determinado mês, ele atrasou o pagamento em 10 dias e teve que pagar uma multa de 2% sobre o valor da prestação, acrescida de juro de 0,07% por dia de atraso. O valor pago por ele, com multa e juro, foi de R\$ 1417,26.

O valor da prestação paga por Luís, sem multa ou juro, é

- a) R\$ 1379,00.
- b) R\$ 1380,00.
- c) R\$ 1387,92.
- d) R\$ 1446,60.
- e) R\$ 1455,52.

Questão 11

Para conseguir fechar a compra de um automóvel, uma pessoa aplicou o valor de R\$ 10 000,00 em um banco. A aplicação tem rendimento de 1,5% ao mês, em regime de juros compostos, e o montante produzido será retirado em um ano.

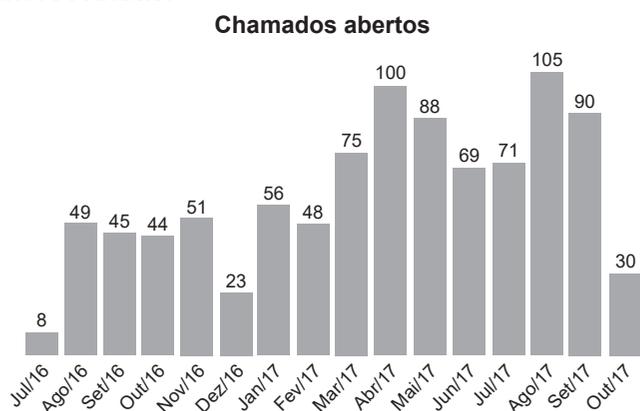
Utilize 1,1 como aproximação para 1,0156.

O valor total, em real, que será resgatado por essa pessoa é

- a) 11000.
- b) 11800.
- c) 12000.
- d) 12100.
- e) 22000.

## Questão 12

Em 2017, a atuação dos cidadãos brasileiros em relação à fiscalização do uso do dinheiro público cresceu quando comparada a 2016. O gráfico exibe um histórico do número de denúncias que foram recebidas.



APLICATIVO “Fiscalize com o TCESP” recebe 732 denúncias este ano. *Tribunal de Contas do Estado de São Paulo*. Disponível em: <<https://www4.tce.sp.gov.br>>. Acesso em: 7 mar. 2018. (adaptado)

A mediana dos dados relativos à quantidade de chamados abertos no período exibido no gráfico é

- a) 48,0.                      c) 59,5.                      e) 75,0.  
b) 53,5.                      d) 61,5.

## Questão 13

Cinco marcas de suco industrializado, A, B, C, D e E, serão avaliadas em um teste que retirará do mercado aquelas cujo percentual de açúcar por embalagem seja pelo menos igual a 6%.

O conteúdo da embalagem de cada marca está indicado a seguir.

- A – 300 mL de suco, dos quais 15 mL são açúcar;
- B – 220 mL de suco, dos quais 16,5 mL são açúcar;
- C – 200 mL de suco, dos quais 12 mL são açúcar;
- D – 250 mL de suco, dos quais 17,5 mL são açúcar;
- E – 400 mL de suco, dos quais 32 mL são açúcar.

Entre as cinco marcas avaliadas, a única que permanecerá no mercado é

- a) A.                          c) C.                          e) E.  
b) B.                          d) D.

## Questão 14

Um grupo de arquitetos construiu a maquete de um condomínio que tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo. A maquete tem 5 dm de altura e 60 dm<sup>3</sup> de volume, e a escala utilizada em sua construção é de 1:48.

A área real necessária para a construção desse condomínio equivale a

- a) 144,00 m<sup>2</sup>.                      c) 288,00 m<sup>2</sup>.                      e) 576,00 m<sup>2</sup>.  
b) 276,48 m<sup>2</sup>.                      d) 414,72 m<sup>2</sup>.

## Questão 15

Na confraternização de fim de ano de uma empresa, haverá um churrasco para 50 funcionários, sendo estimado que cada pessoa deverá consumir o equivalente a 450 g de carne e 500 mL de refrigerante.

No pedido de compras para a festa, a empresa solicitará uma quantidade inteira de quilos de carne, e o refrigerante será pedido em garrafas de dois litros.

Para garantir que os comes e bebes sejam suficientes para todos, a empresa deve comprar, no mínimo,

- a) 23 kg de carne e 25 garrafas de refrigerante.  
b) 23 kg de carne e 13 garrafas de refrigerante.  
c) 23 kg de carne e 12 garrafas de refrigerante.  
d) 22 kg de carne e 13 garrafas de refrigerante.  
e) 22 kg de carne e 12 garrafas de refrigerante.

## Questão 16

Em um jogo eletrônico de corrida, o jogador pode usar um suplemento chamado “nitro”, que permite que seu carro desloque-se com velocidade 25% maior durante 5 segundos. Em uma corrida, o carro do jogador desloca-se com velocidade constante de 72 km/h, em uma pista com 6 quilômetros de extensão.

Se o jogador usar três “nitros”, um imediatamente após o outro, com suas durações totais, a fração percorrida da pista será

- a)  $\frac{9}{40}$                           c)  $\frac{1}{16}$                           e)  $\frac{1}{48}$   
b)  $\frac{3}{40}$                           d)  $\frac{1}{20}$

## Questão 17

Durante a apresentação do projeto de construção de um prédio, verificou-se que suas dimensões são maiores do que o terreno pode comportar, devendo ser feita uma redução de 6% em todas as medidas do edifício.

O volume final do prédio, em relação ao previamente planejado, é mais próximo de

- a) 94%.                          c) 83%.                          e) 75%.  
b) 88%.                          d) 82%.

## Questão 18

Um laboratório produz comprimidos de certa vitamina contendo a maior concentração  $\left[ \frac{\text{vitamina}}{\text{composto diluente}} \right]$  e o menor volume possíveis, sendo a concentração a característica principal a ser considerada.

O centro de pesquisa do laboratório disponibilizou cinco opções de amostra, das quais apenas uma será produzida.

Amostra	Vitamina	Composto diluente	Volume
I	15 mg	50 mg	3 mL
II	12 mg	32 mg	5 mL
III	10 mg	50 mg	5 mL
IV	15 mg	40 mg	6 mL
V	21 mg	56 mg	6 mL

De acordo com os critérios do laboratório, a amostra a ser produzida será

- a) I.  
b) II.  
c) III.  
d) IV.  
e) V.

**Gabarito**

- |      |       |
|------|-------|
| 1. D | 10. B |
| 2. D | 11. D |
| 3. C | 12. B |
| 4. E | 13. A |
| 5. D | 14. B |
| 6. D | 15. B |
| 7. E | 16. C |
| 8. B | 17. C |
| 9. C | 18. B |

**COMENTÁRIOS**

**1) D**

Dado um tetraedro regular, a relação entre as medidas da altura  $h$  e da aresta  $a$  é:

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow a = \frac{h\sqrt{6}}{2}$$

De acordo com a imagem, a altura da moldura é

$$h = 12 \text{ cm. Desse modo, } a = \frac{12\sqrt{6}}{2} = 6\sqrt{6} \text{ cm.}$$

**2) D**

A altura de um hexágono regular de lado  $L$  é  $L\sqrt{3}$ . Como a altura do espelho (90 cm) corresponde a 3 hexágonos, segue que:

$$3 \cdot L\sqrt{3} = 90 \Rightarrow L = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

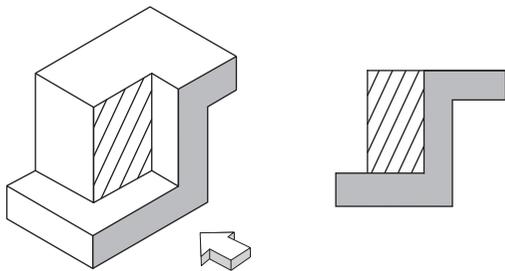
**3) C**

O comprimento da pista é  $C = 2\pi r$ . Como o diâmetro mínimo recomendado é de 3 km, o raio mínimo deve ser  $r = 1,5$  km. Assim, o comprimento mínimo da pista é:

$$C = 2 \cdot 3 \cdot 1,5 = 9 \text{ km}$$

**4) E**

De acordo com a figura, a vista indicada pela seta é frontal, cuja representação esquemática está indicada a seguir.

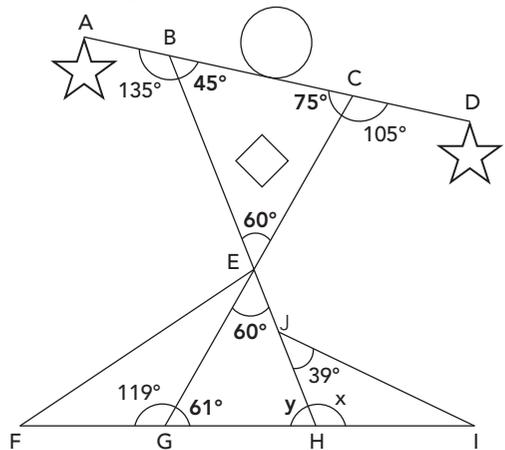


**5) D**

O ângulo  $\widehat{EBC}$  é o suplementar de  $135^\circ$  ( $\widehat{EBC} = 45^\circ$ ), assim como  $\widehat{ECB}$  é o suplementar de  $105^\circ$  ( $\widehat{ECB} = 75^\circ$ ). Logo, no triângulo BCE, tem-se:

$$\widehat{EBC} + \widehat{ECB} + \widehat{BEC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BEC} = 60^\circ$$

Como  $\widehat{BEC}$  e  $\widehat{G\hat{E}H}$  são ângulos opostos pelo vértice, então  $\widehat{G\hat{E}H} = 60^\circ$ .



Como  $\widehat{EGH}$  é o suplementar de  $119^\circ$  ( $\widehat{EGH} = 61^\circ$ ), no triângulo EGH, tem-se:

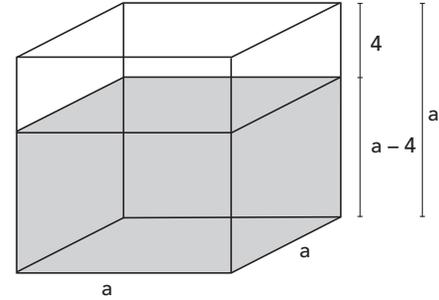
$$\widehat{G\hat{E}H} + \widehat{EGH} + y = 180^\circ \Rightarrow y = 59^\circ$$

Sendo  $y$  e  $x$  ângulos suplementares, conclui-se que:

$$x = 180^\circ - y \Rightarrow x = \widehat{IHJ} = 121^\circ$$

**6) D**

A figura representa o recipiente antes da imersão do objeto.



Com o objeto imerso, o recipiente é completamente preenchido, ou seja, a parte superior (inicialmente sem água) tem volume equivalente ao do objeto (576 cm<sup>3</sup>):

$$a \cdot a \cdot 4 = 576 \Rightarrow a^2 = \frac{576}{4} = 144 \Rightarrow a = 12 \text{ cm}$$

Portanto, o volume de água que havia inicialmente é:

$$a \cdot a \cdot (a - 4) = 12 \cdot 12 \cdot 8 = 1152 \text{ cm}^3$$

**7) E**

Os únicos dias que são múltiplos de 3 com dois algarismos, sendo o segundo primo, são 12, 15 e 27. Como o número que representa o mês é um múltiplo de 5, as únicas possibilidades são 5 (maio) e 10 (outubro). Entre as seis possíveis datas, a única em que a soma do número referente ao dia com o referente ao mês é um primo maior que 30 é 27/10, pois  $27 + 10 = 37$ .

**8) B**

Calculando o valor gasto em cada um dos quatro pedidos, tem-se:

50 cópias $\rightarrow 50 \cdot 0,08 = \text{R\$ } 4,00$	} Total: R\$ 32,70
80 cópias $\rightarrow 80 \cdot 0,08 = \text{R\$ } 6,40$	
140 cópias $\rightarrow 140 \cdot 0,07 = \text{R\$ } 9,80$	
250 cópias $\rightarrow 250 \cdot 0,05 = \text{R\$ } 12,50$	

No caso de um único pedido com o total de 520 cópias, o custo teria sido:  $520 \cdot 0,05 = \text{R\$ } 26,00$ . Assim, haveria uma economia de  $32,70 - 26,00 = \text{R\$ } 6,70$ .

**9) C**

Seja  $x$  o valor inicial das ações. De acordo com as variações, tem-se a seguinte sequência de porcentagens:

$$x \xrightarrow[\text{de } x]{-15\%} 0,85x \xrightarrow[\text{de } 0,85x]{-10\%} 0,765x \xrightarrow[\text{de } 0,765x]{+30\%} 0,9945x$$

Logo, o valor final das ações ficou em 99,45% do inicial, o que corresponde a uma queda de 0,55%.

**10) B**

Como foi acrescido ao valor da prestação ( $P$ ) a multa de 2% mais um juro de 0,7% ( $= 0,07\% \cdot 10$  dias), o valor da prestação atrasada sofreu um acréscimo de 2,7%, ou seja:

$$P \cdot 1,027 = 1417,26 \Rightarrow P = \text{R\$ } 1380,00$$

**11) D**

Utilizando a fórmula do montante para juros compostos, tem-se:

$$\begin{aligned} M &= C \cdot (1 + i)^t \\ M &= 10000 \cdot (1 + 0,015)^{12} \\ M &= 10000 \cdot (1,015)^{12} \\ M &= 10000 \cdot (1,0156)^2 \\ M &= 10000 \cdot 1,12 \\ M &= 10000 \cdot 1,21 \\ M &= \text{R\$ } 12100,00 \end{aligned}$$

**12) B**

Colocando os 16 valores do gráfico em ordem crescente, tem-se:

8; 23; 30; 44; 45; 48; 49; 51; 56; 69; 71; 75; 88; 90; 100; 105.

Os termos centrais são 51 e 56, sendo a mediana a média aritmética desses valores:  $\frac{51+56}{2} = 53,5$ .

**13) A**

Para cada marca, o percentual de açúcar por embalagem é:

$$A: \frac{15}{300} = 0,05 = 5\%$$

$$B: \frac{16,5}{220} = 0,075 = 7,5\%$$

$$C: \frac{12}{200} = 0,06 = 6\%$$

$$D: \frac{17,5}{250} = 0,07 = 7\%$$

$$E: \frac{32}{400} = 0,08 = 8\%$$

A marca A é a única com percentual inferior a 6%. Portanto, será a única a permanecer no mercado.

**14) B**

Na maquete, a área da base do condomínio (paralelepípedo) é obtida dividindo-se seu volume pela altura:

$$A_{\text{maquete}} = \frac{V}{h} = \frac{60}{5} = 12 \text{ dm}^2$$

Como a área é uma grandeza bidimensional (possui duas dimensões), para obter a área real, multiplica-se a área da base da maquete por 482 (da escala):

$$\text{Areal} = 12 \cdot 48^2 = 27\,648 \text{ dm}^2 = 276,48 \text{ m}^2$$

**15) B**

O número de quilos de carne deve ser inteiro, e as garrafas de refrigerante têm conteúdo de 2 L. Assim, determina-se a quantidade mínima para cada item.

Carne

$$1 \text{ pessoa} \text{ ————— } 450 \text{ g}$$

$$50 \text{ pessoas} \text{ ————— } x$$

$$x = 22\,500 \text{ g} = 22,5 \text{ kg}$$

Logo, a quantidade mínima de carne suficiente para todos os funcionários é 23 kg.

Refrigerante

$$1 \text{ pessoa} \text{ ————— } 500 \text{ mL}$$

$$50 \text{ pessoas} \text{ ————— } y$$

$$y = 25\,000 \text{ mL} = 25 \text{ L}$$

**16) C**

Como o carro se desloca 25% mais rápido com nitro, tem-se uma velocidade de:

$$72 \cdot 1,25 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

Então, em 5 segundos, há um deslocamento de  $25 \cdot 5 = 125 \text{ m}$ . Logo, utilizando três nitros seguidos, a fração percorrida da pista é:

$$\frac{3 \cdot 125}{6000} = \frac{125}{2000} = \frac{1}{16}$$

Como cada garrafa possui 2 L, são necessárias, no mínimo, 13 garrafas de refrigerante.

**17) C**

O problema trata de volume, que é uma grandeza tridimensional. Assim, reduzindo 6% de cada dimensão, cada uma delas passa a medir 94% de seu tamanho original. Logo, o volume final é:

$$0,94 \cdot 0,94 \cdot 0,94 \cong 0,83 = 83\%$$

**18) B**

Calcula-se a razão  $\left[ \frac{\text{vitamina}}{\text{composto diluente}} \right]$  para cada amostra:

Amostra	Vitamina	Volume
	Composto diluente	
I	$\frac{15}{50} = 0,3$	3 mL
II	$\frac{12}{32} = 0,375$	5 mL
III	$\frac{10}{50} = 0,2$	5 mL
IV	$\frac{15}{40} = 0,375$	6 mL
V	$\frac{21}{56} = 0,375$	6 mL

As amostras II, IV e V apresentam maior concentração, mas o menor volume é o de II, sendo ela a escolhida para produção.